

Prof. Dr.-Ing. Torsten Finke
Technische Mechanik 2
— Formelsammlung —
8. Januar 2012(Rev.: e0ed6ec9a23b)

1 Konstante

Naturkonstante:

Größe	Kürzel	Wert	Einheit
Erdbeschleunigung	g	9,81	m/s ²

Materialwerte:

Material	Dichte in kg/m ³	E-Modul in N/mm ²	α in 10 ⁻⁶ /K
Stahl	7850	210000	12
Aluminium	2700	70000	23
Beton	2400	30000	11
Holz	700	100000	25

2 Reibung

Coulombsche Reibung

$$R = \mu N \tag{1}$$

Reibungskegel

$$\tan \varphi = \mu \tag{2}$$

Seilreibung

$$\frac{S_2}{S_1} = e^{\mu \varphi} \tag{3}$$

Reibungsbeiwerte

Material- paarung	Haft- reibung	Gleit- reibung
Stahl/Stahl	0,15–0,5	0,1–0,4
Stahl/Teflon	0,04	0,04
Stahl/Holz	0,5	0,4
Stahl/Glas	0,6	0,5
Stahl/Stein	0,45	0,4
Holz/Holz	0,55	0,35
Gummi/Asphalt	0,7–0,9	0,6–0,8

Rollreibungskoeffizienten μ_r

Bauteil- paarung	Roll- reibung
Kugel/Lager	0,0005–0,001
Stahlrad/Schiene	0,001–0,002
Reifen/Asphalt	0,01–0,02
Reifen/Sand	0,2–0,4

3 Federn

Federsteifigkeit

$$D = \frac{dF}{ds} \quad (4)$$

Vorspannung

$$F = (s + s_0)D \quad (5)$$

4 Spannung/Dehnung

Spannung

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (6)$$

Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (7)$$

Hookesches Gesetz

$$\sigma = E \varepsilon \quad (8)$$

Wärmedehnung

$$\varepsilon = \alpha \Delta T \quad (9)$$

Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \Delta T \quad (10)$$

Dehnungsbeiwerte

Mohrscher Spannungskreis

$$\sigma_M = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (11)$$

$$\tau_{max}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 \quad (12)$$

$$\sigma_{1,2} = \sigma_M \pm \tau_{max} \quad (13)$$

Querkontraktion

$$\varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x \quad (14)$$

Schubmodul

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (15)$$

Festigkeitshypothesen

Normalspannungshypothese

$$\sigma_v = \sigma_1 \quad (16)$$

Schubspannungshypothese

$$\sigma_v = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (17)$$

Hypothese der Gestaltänderungsenergie

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (18)$$

5 Biegung

Statisches Moment, Schwerpunkt

$$S_y = \int z \, dA \qquad y_s = \frac{S_z}{A} \qquad (19)$$

$$S_z = \int y \, dA \qquad z_s = \frac{S_y}{A} \qquad (20)$$

Flächenträgheitsmomente

$$I_y = \int z^2 \, dA \qquad (21)$$

$$I_z = \int y^2 \, dA \qquad (22)$$

$$I_{yz} = I_{zy} = - \int y z \, dA \qquad (23)$$

$$I_p = \int r^2 \, dA = \int (z^2 + y^2) \, dA \qquad (24)$$

$$= I_y + I_z \qquad (25)$$

Trägheitsradius

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \qquad (26)$$

Satz von Steiner

$$I_u = I_y + u_s^2 A \qquad (27)$$

$$I_v = I_z + v_s^2 A \qquad (28)$$

$$I_{uv} = I_{vu} = I_{yz} - u_s v_s A \qquad (29)$$

Hauptachsentransformation

$$\tan 2\varphi = \frac{2I_{yz}}{I_y - I_z} \qquad (30)$$

$$I_{1,2} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2} \qquad (31)$$

Biegespannung

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} \qquad (32)$$

$$W = \frac{I}{|z_{max}|} \qquad (33)$$

Biegelinie

$$w'' = -\frac{M}{EI} \quad (34)$$

$$w''' = -\frac{F}{EI} \quad (35)$$

$$w'''' = \frac{q}{EI} \quad (36)$$

6 Torsion

Torsionsspannung

$$\tau = G \gamma \quad (37)$$

$$\tau_t = \frac{M}{W_t} \quad (38)$$

$$W_t = \frac{I_p}{r_{max}} \quad (39)$$

Verdrillung

$$\varphi_L = \frac{M L}{G I_p} \quad (40)$$

$$C_t = \frac{M L}{\varphi} = G I_p \quad (41)$$

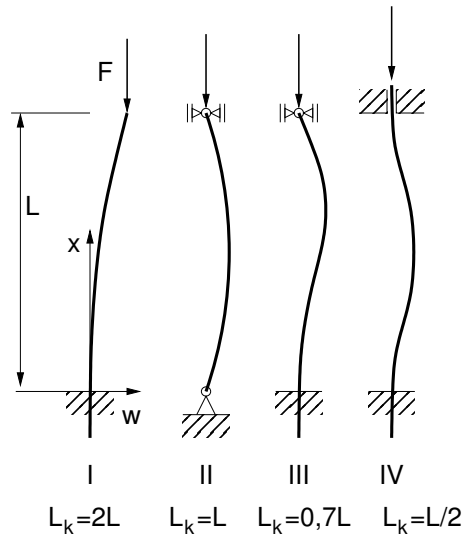
Wendelfeder

$$c = \frac{G d^4}{64 n R^3} \quad (42)$$

7 Knicken

Knickkraft

$$F_k = \pi^2 \frac{EI}{L_k^2}$$



8 Kinematik

Kurbeltrieb

$$x = r \left(1 - \cos \varphi + \frac{1}{\lambda} (1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}) \right), \quad \lambda = \frac{r}{a} \quad (43)$$

$$\approx r \left(1 - \cos \varphi + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\varphi) \right) \quad (44)$$

$$\dot{x} \approx r\omega \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right), \quad \omega = \dot{\varphi} \quad (45)$$

$$\ddot{x} \approx r\omega^2 (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi) \quad (46)$$

Translation

$$(x_2, y_2, z_2) = (x_1, y_1, z_1) + (u, v, w) \quad (47)$$

Rotation im Raum

Drehachse:

$$g = \vec{a} + t\vec{d} \quad (48)$$

$$\vec{n} = \frac{\vec{d}}{|\vec{d}|} \quad (49)$$

$$a = \vec{n} \cdot \vec{e}_x \quad (50)$$

$$b = \vec{n} \cdot \vec{e}_y \quad (51)$$

$$c = \vec{n} \cdot \vec{e}_z \quad (52)$$

$$d = \sqrt{b^2 + c^2} \quad (53)$$

Drehwinkel:

$$C = \cos \varphi \quad (54)$$

$$S = \sin \varphi \quad (55)$$

Drehmatrix:

$$(x_2, y_2, z_2) = (x_1, y_1, z_1) \cdot \mathbf{R} \quad (56)$$

$$\mathbf{R}_x = \frac{1}{d} \begin{pmatrix} d & 0 & 0 \\ 0 & c & b \\ 0 & -b & c \end{pmatrix} \quad (57)$$

$$\mathbf{R}_y = \begin{pmatrix} d & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & 0 & d \end{pmatrix} \quad (58)$$

$$\mathbf{R}_z = \begin{pmatrix} C & -S & 0 \\ S & C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (59)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x \cdot \mathbf{R}_y \cdot \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{R}_y^T \cdot \mathbf{R}_x^T \quad (60)$$

$$\vec{q} = (\vec{p} - \vec{a}) \cdot \mathbf{R} + \vec{a} \quad (61)$$

Kreisbewegung

$$v = r \dot{\varphi} = r \omega \quad (62)$$

$$a_r = -r \omega^2 \quad (63)$$

$$a_t = r \dot{\omega} \quad (64)$$

9 Kinetik des Starrkörpers

Drehträgheit:

$$J \dot{\omega} = M \quad (65)$$

Drehimpuls:

$$L = \omega \int r^2 dm \quad (66)$$

$$\dot{L} = M \quad (67)$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_s = \int r^2 dm \quad (68)$$

$$J = J_s + r^2 m \quad (69)$$

Arbeit des Momentes:

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (70)$$

$$W = \int M d\varphi \quad (71)$$

$$P = \frac{dW}{dt} = M \omega \quad (72)$$

10 Schwingungen

Frequenz:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (73)$$

Harmonische Schwingung

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (74)$$

$$x(t) = C \cos(\omega t - \alpha) \quad (75)$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (76)$$

$$\alpha = \arctan \frac{B}{A} \quad (77)$$

Gedämpfte Schwingung:

Dämpfungskraft, Dämpfungskonstante:

$$F_d = d v \quad (78)$$

Abklingkoeffizient:

$$\delta = \frac{d}{2m} \quad (79)$$

Dämpfungsgrad:

$$D = \frac{\delta}{\omega} \quad (80)$$

Logarithmisches Dekrement:

$$\Lambda = 2\pi \frac{D}{\sqrt{1 - D^2}} \quad (81)$$

Differentialgleichung der freien, gedämpften Schwingung

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (82)$$

$$x(t) = A e^{\lambda t} \quad (83)$$

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm \omega \sqrt{D^2 - 1} = -\delta \pm \mu \quad (84)$$

starke Dämpfung:

$$x(t)e^{-\delta t}(A_1 e^{\mu t} + A_2 e^{-\mu t}) \quad (85)$$

aperiodischer Grenzfall:

$$x(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-\delta t} \quad (86)$$

schwache Dämpfung:

$$x(t) = e^{-\delta t}(A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t) \quad (87)$$

Erzwungene Schwingung, krafterregt:

$$m \ddot{x} = -c x + F_0 \cos \Omega t \quad (88)$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \omega^2 x_0 \cos \Omega t \quad (89)$$

$$\omega^2 = \frac{c}{m}, \quad x_0 = \frac{F_0}{c}$$

$$x = x_h + x_p \quad (90)$$

$$x_h = C \cos(\omega t - \alpha) \quad (91)$$

$$x_p = x_0 V \cos \Omega t \quad (92)$$

$$V = \frac{\omega^2}{\omega^2 - \Omega^2} = \frac{1}{1 - \eta^2}, \quad \eta = \frac{\Omega}{\omega} \quad (93)$$